

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста
Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Дифференциальные уравнения»**

Направление подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика

Профиль подготовки
«Конвергентные нано-, био-, информационные и когнитивные технологии»

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки - 2026

Утверждена в составе ОПОП.

Владикавказ, 2026

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины – 7з.е. (252 ч.)

	Очная форма обучения	
Курс	2	
Семестр	3	4
Лекции	18	36
Практические занятия	18	18
Лабораторные занятия	-	-
Консультации	-	-
Итого аудиторных занятий	36	54
Самостоятельная работа	72	54
Курсовая работа	-	-
Контроль		36
Экзамен	-	+
Зачет	+	-
Общее количество часов	108	144

2. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели дисциплины:

-освоение студентами фундаментальных знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений, изучение способов исследования и решения дифференциальных уравнений, а также их практического применения.

Задачи дисциплины:

- формирование базовых знаний в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов;
- обучение студентов методам решения дифференциальных уравнений и выявления их особенностей и специфических свойств;
- формирование подходов к выполнению студентами исследований в области дифференциальных уравнений в рамках выпускных работ на степень бакалавра.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1,Б1.О.07.06.

Курс «Дифференциальные уравнения» позволяет студентам расширить знания о современных математических методах и понятиях. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математических понятий, систематизации полученных знаний. Она необходима для освоения таких дисциплин модуля, как «Уравнения математической физики». Данная дисциплина имеет содержательную связь с такими дисциплинами как «Кратные интегралы и теория поля», «Многомерный анализ, интегралы и ряды», «Введение в математический анализ».

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесённых спланируемыми результатами освоения образовательной программы)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций и достижение следующих результатов обучения.

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения	Знает основные методы теории обыкновенных дифференциальных уравненийиспользуемые в профессиональной деятельности и в естественных науках
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки	Умеет применять на практике методы теории обыкновенных дифференциальных уравненийобработки экспериментальных данных, выбрать соответствующий математический метод для решения и контроля правильности решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов	Умеет использовать методы теории обыкновенных дифференциальных уравненийдля решения практических задач, применяемых в различных областях науки и техники, в будущей профессиональной деятельности.
ОПК-3Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты);	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций	Способен представить результатыпрактических задач математическими методами в графическом виде, в том числе и с помощью прикладных программ.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3 семестр

№	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Литература
		лек-ции	прак	Содержание	часы		
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы первого порядка. Понятие решения. Уравнения с разделяющимися переменными.	2	2	Теоремы существования и единственности решения для уравнения с разделяющимися переменными.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
2.	Уравнения в полных дифференциалах и интегрирующие множители. Однородные и квазиоднородные уравнения.	2	2	Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения, допускающие понижение порядка	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
3.	Экспонента линейного оператора. Определитель экспоненты. Экспонента жордановой клетки. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.	2	2	Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Пространство решений. Фундаментальная система решений.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
4.	Характеристическое уравнение. Линейное однородное уравнение n -ого порядка с постоянными коэффициентами: пространство решений, характеристическое уравнение, общее решение.	2	2	Разложение фазового пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Классификация особых точек линейных систем на плоскости и их фазовые портреты.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
5.	Линейные неоднородные системы уравнений с постоянными коэффициентами: общие свойства, метод вариации постоянных,	2	2	Линейное неоднородное уравнение n -ого порядка с постоянными коэффициентами: общие свойства, метод вариации постоян-	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]

	частное решение системы с правой частью в виде квазимногочлена.			ных, частное решение уравнения с правой частью в виде квазимногочлена.			
6.	Пространство решений линейной однородной системы. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица, определитель Вронского, формула Лиувилля-Остроградского	2	2	Линейное однородное уравнение n -го порядка с переменными коэффициентами: общие свойства, пространство решений, линейная независимость и зависимость решений, фундаментальная система решений, определитель Вронского, формула Лиувилля-Остроградского.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
7.	Уравнения и системы порядка выше первого и их сведение к системам первого порядка. Максимальный интервал существования.	2	2	Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения. Теоремы о продолжении и непрерывной зависимости решений от начального условия.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
8.	Автономные и неавтономные уравнения. Геометрические понятия, связанные с дифференциальными уравнениями. Фазовое пространство и расширенное фазовое пространство. Поле направлений, интегральные кривые.	2	2	Динамические системы. Геометрические понятия, связанные с дифференциальными уравнениями.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
9.	Векторное поле, фазовые кривые. Фазовый портрет, положения равновесия, предельные циклы. Фазовый поток автономной системы.	2	2	Преобразование сдвига вдоль решений автономной и неавтономной системы. Фазовый поток автономной системы.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
Итого		18	18		72		

4 семестр

№	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Литература
		лек-ции	прак	Содержание	часы		
1.	Первые интегралы автономных и неавтономных систем. Уравнение в вариациях и теорема о гладкой зависимости решения от параметров и начальных условий.	4	2	Теоремы о выпрямлении поля направлений и векторного поля.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
2.	Локальные теоремы о первых интегралах. Понятие интегрируемости в квадратурах. Устойчивость по Ляпунову. Основные определения: устойчивость, асимптотическая устойчивость, неустойчивость. Устойчивость линейных однородных систем: основные определения. Расположение и структура множества собственных чисел.	8	4	Теория Пуанкаре-Бендиксона. Устойчивость систем с постоянными и периодическими коэффициентами. Устойчивость и сильная устойчивость линейных гамильтоновых систем с постоянными коэффициентами.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
3.	Устойчивость и сильная устойчивость линейных гамильтоновых систем с периодическими коэффициентами. Расположение и структура множества мультипликаторов. Параметрический резонанс. Теорема об исследовании равновесия на асимптотическую устойчивость по линейному приближению.	8	4	Характеристические показатели Ляпунова. Спектр Ляпунова линейной системы с непрерывной ограниченной матрицей. Функции Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]

4.	Линейное однородное уравнение 2-ого порядка с переменными коэффициентами: теорема Штурма о перемежаемости нулей решений.	4	2	Теорема сравнения Штурма, теорема Кнезера. Задача Штурма-Лиувилля, существование бесконечной последовательности собственных чисел.	8	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
5.	Линейные однородные системы уравнений с периодическими коэффициентами. Оператор монодромии. Мультипликаторы.	4	2	Теория Флоке-Ляпунова: общий вид фундаментальной матрицы линейной периодической системы, приводимость к системе с постоянными коэффициентами.	10	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
6.	Основные понятия. простейшая задача вариационного исчисления. Задача о брахистохроне. Задача со свободными концами. задача для функционалов, зависящих от нескольких неизвестных функций, и задача для функционалов, содержащих производные высших порядков. Изопериметрическая задача.	8	4	Задача со свободными концами. задача для функционалов, зависящих от нескольких неизвестных функций, и задача для функционалов, содержащих производные высших порядков. Изопериметрическая задача.	12	Устный опрос, доклад, конспект	[1-4]
Итого		36	18		54		

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

6. Образовательные технологии

Согласно учебному плану в ходе преподавания дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, семинарские занятия, самостоятельная работа студентов.

Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

- *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, коллоквиумы, презентационный метод, работа в группах и др.);
- *технологии контекстного обучения* – система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, моделирование исторических ситуаций и др.);
- *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения (ЭИОС СОГУ).

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относится: написание докладов, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Критерии оценки контрольной работы могут быть как общие, так и частные. К общим критериям можно отнести следующие:

- соответствие контрольной работы теме;
- глубина и полнота раскрытия темы;
- адекватность передачи содержания первоисточника; логичность, связность; доказательность;
- структурная упорядоченность (наличие введения, основной части, заключения, их оптимальное соотношение);
- оформление (наличие плана, списка литературы, культура цитирования, сноски и т. д.); языковая правильность.

Частные критерии относятся к конкретным структурным частям контрольной работы: введению, основной части, заключению.

1. Критерии оценки введения: наличие обоснования выбора темы, ее актуальности; наличие сформулированных целей и задач работы; наличие краткой характеристики первоисточников.

2. Критерии оценки основной части: структурирование материала по разделам, параграфам, абзацам; наличие заголовков к частям текста и их соответствие содержанию; проблемность и разносторонность в изложении материала; выделение в тексте основных понятий и терминов, их толкование; наличие примеров, иллюстрирующих теоретические положения.

3. Критерии оценки заключения: наличие выводов по результатам анализа; выражение своего мнения по проблеме; наличие приложения: рисунков и схем (при необходимости).

Все требования к контрольной работе сообщаются задолго до его написания. Общая оценка за контрольную работу выставляется следующим образом: от 65% до 80% - «удовлетворительно»; 80-90% - «хорошо»; 90-100% - «отлично».

Методические указания для преподавателей по проведению практических занятий

В начале занятия рекомендуется рассмотреть соответствующий теоретический материал. Затем идет практический разбор изучаемого материала, решаются задачи из сборников по введению в языкознание, разбирается каждый конкретный пример.

В начале практического занятия следует обратить на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы должны быть конкретными и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать разбирать вопросы, имеющие более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия.

Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки.

Различают фронтальный, индивидуальный и комбинированный опрос.

Фронтальный опрос проводится в форме беседы преподавателя с группой. Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом, даны в такой последовательности, чтобы ответы студентов в совокупности могли раскрыть содержание раздела, темы. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала, определить сформированность основных понятий, усвоение нового учебного материала, который был только что разобран на занятии.

Индивидуальный опрос предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать

причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

Письменная проверка, наряду с устной, является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытаться объективность оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала; рефераты, доклады, презентации, контрольные работы и др.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала в конце семестра в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля или дисциплины в целом.

8.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Основными формами *текущего контроля* знаний по дисциплине являются:

- выполнение практических работ;
- задания по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;
- проверка домашнего конспекта.

Форма *рубежного контроля*: тест

Формы *промежуточной аттестации*: зачет/экзамен.

Формы контроля и критерии оценивания

Эт ап	Форма контро- ля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	50–70%	Менее 50%
		отлично / зачет	хорошо / зачет	удовлетвори- тельно / зачет	неудовлетвори- тельно / незачет
1. Текущий контроль (max 40 баллов)					
		33–37 баллов	28–32 баллов	19–27 баллов	0–18 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 37	Студент актив- но работает на занятиях, пре- восходно вы- полняет все за-	Студент актив- но работает на занятиях, хоро- шо выполняет задания препо-	Студент недо- статочно актив- но работает на занятиях, удовлетвори-	Студент недоста- точно активно работает на заня- тиях, неудовле- творительно вы-

	б.)	дания преподавателя.	давателя.	тельно выполняет задания преподавателя.	полняет задания преподавателя.
		3 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Реферат / доклад / конспект (маx 3б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (30 б.)					
	тест/ контрольная работа	Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте/контрольной работе.			
3. Промежуточная аттестация по дисциплине – 30 баллов					
		Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86–100 %	71–85%	50–70%	0–49 %
	Зачет/ Экзамен	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

8.2. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для сдачи зачета в 3 семестре:

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка. Уравнение с разделяющимися пере-

менными. Доказать теорему о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения с разделяющимися переменными.

2. Интегральные кривые дифференциальной 1-формы. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

3. Уравнения, не разрешенные относительно старшей производной.

4. Системы дифференциальных уравнений. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Интегральное уравнение, метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений.

5. Понятие продолжения решений, непродолжаемого решения. Теорема о продолжении решений до границы с компактом, ее следствия. Примеры решений, непродолжаемых неограниченно по времени.

6. Непрерывная зависимость решения от начального условия.

7. Системы линейных дифференциальных уравнений. Существование, единственность, продолжение решений.

8. Однородная система линейных дифференциальных уравнений. Линейное пространство решений, фундаментальная система решений. Определитель Вронского и его связь линейной зависимостью. Формула Лиувилля-Остроградского.

9. Неоднородная система линейных дифференциальных уравнений. Общее решение, метод вариации постоянной.

10. Однородное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Линейное пространство решений, фундаментальная система решений. Определитель Вронского и его связь линейной зависимостью. Формула Лиувилля-Остроградского.

11. Неоднородное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Общее решение, метод вариации постоянной.

12. Норма оператора и ее свойства. Функциональный операторнозначный ряд, мажоранта. Теорема Вейерштрасса о мажорируемой сходимости. Производная операторнозначной функции. Теорема о почленном дифференцировании ряда.

13. Понятие экспоненты оператора. Ее свойства. Примеры вычисления экспоненты: жорданова клетка, диагональная матрица. Решение задачи Коши для линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

14. Разложение R_{nv} в прямую сумму инвариантных подпространств оператора A . Вид решения в случае простых и кратных вещественных корней.

15. Комплексификация линейной однородной системы. Вид решения в случае простых и кратных комплексных корней.

16. Следствия для линейных уравнений n -го порядка. Характеристическое уравнение. Жорданова форма в случае кратных корней характеристического многочлена. Малые колебания.

17. Нахождение частного решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида. Следствие для уравнений n -го порядка.

Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена в 4 семестре:

1. Автономные системы. Фазовое пространство. Расширенное фазовое пространство. Фазовые и интегральные кривые. Фазовый портрет консервативной механической системы.

2. Дифференциальное уравнение как векторное поле. Фазовый поток. Теорема о выпрямлении (без доказательства).

3. Особые точки векторного поля. Особые точки линейного векторного поля на плоскости. Фазовые кривые нелинейных систем в окрестности особой точки.

4. Теорема о гладкой зависимости решения дифференциального уравнения от параметра. Связь с гладкой зависимостью от начальных условий.

5. Теорема о выпрямлении поля направлений и векторного поля.

6. Уравнение в вариациях. Элементы теории возмущений.

7. Производная вдоль векторного поля. Первый интеграл. Теорема о локальных

первых интегралах.

8. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость нулевого решения линейной системы с постоянными коэффициентами.

9. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Лагранжа об устойчивом равновесии.

10. Теорема Четаева. Теорема Ляпунова о неустойчивости.

11. Функция Ляпунова для линейной системы. Устойчивость по первому приближению.

12. Теория Флоке. Фундаментальная матрица, матрица монодромии. Основная теорема. Мультипликаторы, характеристические показатели. Представление Флоке. Существование периодических решений линейной системы с периодическими коэффициентами.

13. Параметрический резонанс. Зоны неустойчивости в случае кусочнопостоянного периодического возмущения.

14. Устойчивость положения равновесия линейной системы с периодическими коэффициентами. Устойчивость периодических решений нелинейных систем.

15. Теоремы разделения и сравнения Штурма. Оценка числа нулей решения линейного дифференциального уравнения 2-го порядка. Теорема Кнезера об осциллирующих уравнениях.

16. Задача Штурма-Лиувилля.

17. Функция Грина. Ее существование и единственность. Решение краевой задачи для линейного неоднородного уравнения.

18. Слабый и сильный экстремум функционала. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума.

19. Простейшая задача вариационного исчисления. Вид вариации функционала. Уравнение Эйлера.

20. Условный экстремум функционала. Изопериметрические задачи.

Примеры экзаменационных билетов

Билет №1

1. Дифференциальное уравнение как векторное поле. Фазовый поток. Теорема о выпрямлении (без доказательства).

2. Задача Штурма-Лиувилля

3. Теорема Четаева. Теорема Ляпунова о неустойчивости.

Билет №2

1. Теорема о выпрямлении поля направлений и векторного поля.

2. Производная вдоль векторного поля. Первый интеграл. Теорема о локальных первых интегралах.

3. Условный экстремум функционала. Изопериметрические задачи.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и семинарах;
- подготовку к семинарам, коллоквиумам, экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в

форме индивидуальных консультаций. Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения. Значительно облегчить решение задачи может хорошо выполненный чертеж, если он соответствует условию задачи (прямой угол нарисован прямым, равнобедренный треугольник - равнобедренным и т. д. При подготовке к семинарам необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме. Обычно придерживаются следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (1 час неделю), подготовка к семинару, решение задач (1 час). Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему семинары.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку. Промежуточный контроль знаний проводится в виде коллоквиумов, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить две задачи по теме коллоквиума, а также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить две домашних индивидуальных работы с их последующей защитой.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: «Либроком», 2009.
2. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., 1999.
3. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2008.
4. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения: Учеб.: Для вузов. — 3-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1998.

б) дополнительная литература:

1. Филиппов А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник. Изд. 2-е, испр. М.: КомКнига, 2007.
2. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., и др. Вся высшая математика: Учебник. Т. 3. Теория рядов, обыкновенные дифференциальные уравнения, теория устойчивости -- М.: Эдиториал УРСС, 2011.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

- необходимый для обеспечения данной дисциплины комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, а также электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор:

№ п/п	Наименование	№ договора(лицензия)	Страна-производитель
1.	Windows 10 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
2.	Windows 10 Pro for Workstations	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
3.	Windows 7 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
4.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
5.	Office Standard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
6.	Office Standard 2013	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
7.	Office Standard 2010	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
8.	Корпоративная электронная почта (Яндекс.Почта)	№КИС-1965-2025 от 12.01.2026	Россия
9.	Программное обеспечение 1С: Предприятие. Бухгалтерский Учет. Типовая конфигурация 8 сетевая версия	№ СД/108 от 29.08.2017 «МАКСИМУМ-СОФТ» бессрочно	Россия
10.	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат. ВУЗ»	№ SBR003-250010357500001от 05.02.2025 (действителен до 04.02.2026) с ОАО «АнтиПлагиат»	Россия
11.	Программное обеспечение 1С: Предприятие 8.3 Управление торговлей	№КП /108 от 29.08.2017 с ООО «Максимум» (бессрочно)	Россия
12.	Программное обеспечение 1С: Зарплата и кадры государственного учреждения 8	№СД./ №9., 08.06.2025 г. «МАКСИМУМ-СОФТ» бессрочно	Россия
13.	1С: Бухгалтерия 8. Базовая версия	№9 от 21.05.2019, «МАКСИМУМ-СОФТ» бессрочно	Россия
14.	Планы	№2191-24, от 09.01.2025 г. (тех.поддержка до 26.02.2026 г.) ООО ЛММИС	Россия
15.	ПО Лаборатории ММИС (Деканат, ПК, Ведомости, Тестирование, интернет расширение и др.)	№2435-24 от 04.03.2025 ООО ЛММИС	Россия
16.	VSDESK	№ 210406/01 от 06.04.2021г. ИП И,А.Сергеевич	Россия
17.	DIRECTUM RX – Система электронного документооборота	ООО Галактика ИТ договор № 120320/Д/А от 14.03.2022	Россия

18.	MOODLE	Бесплатное	-
19.	ЭБС «Консультант студента»	http://www.studentlibrary.ru Требуется регистрация в библиотеке СОГУ	Россия
20.	РусГард	Бесплатное	Россия
21.	Система веб-конференций (bigbluebutton)	Бесплатное	-
22.	Средства криптографической защиты (КриптоПро CSP, Крипто АРМ)	№120680, от 21.01.2025 ООО «Цифровые технологии»	Россия
23.	Средства криптографической защиты (ViPNet)	№0000-000008 от 17.01.2025 ООО Экспресс-линк	Россия
24.	Средства криптографической защиты (Континент TLS)	№25/08/22 СЛ от 04.09.2025 ООО СКБ-Сервис	Россия
25.	Kaspersky Endpoint Security	№ СФ00-001239 от 13.02.2025 ООО Системный Софт	Россия

**Реестр электронных библиотечных систем (ЭБС)
и электронных образовательных ресурсов, доступ к которым обеспечен
для обучающихся по образовательным программам,
реализуемым в 2026-2027 учебном году**

Название базы данных	Платформа и (или) адрес в сети Интернет	Реквизиты	Правообладатель	Количество ключей
«Университетская библиотека Online» Базовая коллекция	https://biblioclub.ru Требуется регистрация.	Договор № 571-12/2025 от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г. - 31.12.2026 г.	ООО «НексМедиа»	Без ограничения количества пользователей
Информационно-аналитическая система SCIENCE INDEX: рефераты и полные тексты научных статей и публикаций, российские научные и научно-технические журналы	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Лицензионный договор № 310-5051/2025 от 31.03.2025 г. С 14.04.2025 г. - 20.04.2026 г.	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
eLIBRARY.RU - интегрированный научный информационный портал в российской зоне сети Интернет, включающий базы данных научных изданий и сервисы для информационного обеспечения науки и высшего образования.	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Ресурс открытого доступа	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
«Юрайт» - Учебники по всем	«Юрайт» https://urait.ru/info/courses?	Договор № 6237 от	ООО «Электронное издатель-	Доступ по IP адресам

специальностям и направлениям подготовки. - ЦУМК по федеральному проекту «Кадры для цифровой экономики»	utm_sour...m_campa Требуется регистрация.	05.12.2023 г. С 31.12.2023 - 31.12.2026 г.	ство ЮРАЙТ»	вуза без ограничений по количеству пользователей
Универсальная база данных East View - полнотекстовый доступ к научным журналам	https://dlib.eastview.com Логин: Khetagurov. Пароль: Khetagurov.	№210-П от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г.- 31.12.2026 г.	ООО «ИВИС»	Без ограничения количества пользователей
«SocHum» - электронная библиотека социогуманитарного знания (коллекция учебно-методической литературы и научных журналов социогуманитарной коллекции научно-исследовательских институтов РАН	https://sochum.ru	Ресурс открытого доступа	Государственный академический университет гуманитарных наук (ГАУГН)	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.
Polpred.com - открытая электронная библиотечная система и интернет-сервисы «Деловые средства массовой информации». Доступ к статьям 600 газет, журналов информгентств с архивом за 20 лет: - обзор СМИ; - Россия и зарубежье; - Федеральные округа РФ. - внешняя экономика, право.	https://www.polpred.com/	Ресурс открытого доступа		Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.
Национальная электронная Библиотека «НЭБ»	https://rusneb.ru/ Требуется регистрация.	Договор № 4513-п от 26.12.2023 г. (на 10 лет с последующей автоматической пролонгацией) Без ограничения срока	Российская государственная библиотека	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей

Электронные образовательные ресурсы

Наименование ресурса	Содержание ресурса	Ссылка на ресурс в сети Интернет
Единое окно доступа к образовательным ресурсам	Каталог образовательных интернет-ресурсов и полнотекстовая электронная учебно-методическая библиотека для общего и профессионального образования	https://web.archive.org/web/20191122092928/http://window.edu.ru/
«КиберЛенинка»	Собрание научных статей, в основном на русском языке, хотя есть и иностранные публикации.	https://cyberleninka.ru/

Всенаука	Естественные, гуманитарные и социальные науки, психология	Всенаука https://vsenauka.ru/
Библиотекарь. Ru	Бесплатная интернет-библиотека. Книги, статьи, документы по русской и мировой истории, искусству, культуре, прикладным наукам, учебники, научные статьи, методические пособия. Электронные книги, учебники, периодика, графика, справочная и техническая литература. На сайте представлено около 10.000 книг доступных для онлайн чтения. - более 50 полнотекстовых справочников и энциклопедий; - Древнерусская литература - летописи, жития святых, воинские повести древней Руси; - сведения иностранных писателей о средневековой России; - большой раздел репринтов книг, газет и журналов 19 века; - биографии и труды русских учёных и писателей; - классическая литература. Мемуары, дневники; - учебники и научные работы по 20 дисциплинам; - более 15.000 картин и художественных изображений.	https://bibliotekar.ru/

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также самостоятельной работы обучающихся: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение.

Библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, ПК обучающихся, программное обеспечение.

Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- при наличии по дисциплине курсовой работы продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.